МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Санкт-Петербургский государственный экономический университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной и методической работе
_____/Шубаева В.Г./
«20» июня 2018 г.

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

Рабочая программа дисциплины

Направление подготовки	01.03.02 Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль) программы	Прикладная математика и информатика в экономике и управлении
Уровень высшего образования	бакалавриат
Форма обучения	очная

Составитель:
_____/ д.пед.н., профессор О.А. Иванов

Санкт-Петербург
2018

СОДЕРЖАНИЕ

1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ 3
2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ 3
3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ 3
4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ 3
5. СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ И ТЕМ ДИСЦИПЛИНЫ 4
6. ЗАНЯТИЯ СЕМИНАРСКОГО ТИПА 5
7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 7
7.1. Методические указания для обучающегося по освоению дисциплины 7
7.2. Организация самостоятельной работы 7
8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ 8
9. РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ 8
9.1. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины 8
9.2. Материально-техническое обеспечение учебного процесса 9
10. ОСОБЕННОСТИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ 9
11. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ 10

1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели освоения дисциплины: предоставление необходимых сведений по дискретной математике как теоретической основы многих прикладных дисциплин, развитие логического и алгоритмического мышления; освоение основных приемов решения практических задач по темам дисциплины.

Задачи дисциплины: рассмотрение важнейших структур на конечных множествах, изучение основных способов представления данных, изучение основных алгоритмов преобразования данных.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина Б1.Б.15 «Дискретная математика» относится к базовой части Блока 1 и является обязательной для освоения обучающимся вне зависимости от направленности (профиля) программы.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы представлены в таблице 3.1.

Таблица 3.1 – Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции выпускника	Этапы формирования компетенций	Планируемые результаты обучения/индикаторы достижения компетенций (показатели освоения компетенции)
ОПК-1 способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	ОПК-1	Декомпозиция 6 Знать: основные понятия, факты, концепции, принципы теорий и методы дискретной математики З(VI) (ОПК-1), Уметь: решать типовые задачи с использованием основных понятий и базовых знаний дискретной математики У (VI) (ОПК-1), Владеть: навыками решения практических задач применения и использования методов дискретной математики В (VI) (ОПК-1)

4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 10 зачетных единиц, 360 часов, из которых 72 часа самостоятельной работы обучающегося отводится на подготовку и защиту экзаменов.

Форма промежуточной аттестации: экзамен – в 1 и 2 семестре.

Распределение фонда времени по темам дисциплины по очной форме обучения представлено в таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Распределение фонда времени по темам дисциплины (очная форма обучения)

Номер и наименование тем	Объем дисциплины (ак. часы)			
	Контактная работа			СРО
	ЗЛТ	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5
1. Отображения и их типы	8	8		26
2. Комбинаторика и перечислительная комбинаторика	12	8		28
3. Структуры данных и алгоритмы	12	8		26
4. Графы и деревья	8	8		28
Всего за семестр:	**40**	**32**		**108**
5. Алгоритмы на графах	16	12		28
6. Кодирования	8	6		40
7. Множества и логика	16	14		40
Всего за семестр:	**40**	**32**		**108**
Всего по дисциплине:	**80**	**64**		**216**

*ЗЛТ – занятия лекционного типа, ПЗ – все виды занятий семинарского типа, кроме лабораторных работ, ЛР – лабораторные работы, СРО – самостоятельная работа обучающегося

5. СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ И ТЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Тема 1. Отображения и их типы

Введение: задача о «ханойской башне», появление чисел Фибоначчи в задаче вычисления посредством рекурсивной процедуры, суммирования – как пример индукционных методов рассуждения. Понятие взаимно однозначного соответствия и его применение для: кодирования подмножеств, введения систем счисления. «Факториальная» система счисления. Счетные множества. Несчетность последовательностей из 0 и 1. Инъекции, сюръекции, биекции. Образы и прообразы множеств и их свойства. Количества отображений одного конечного множества в другое. Индикаторная функция множества. Формула «включений-исключений».

Тема 2. Комбинаторика и перечислительная комбинаторика

Перестановки, размещения, сочетания, перестановки с повторениями. Формула бинома Ньютона и ее обобщение**.** Генерация: всех подмножеств, перестановок, k-элементных подмножеств. Формула «бинома Ньютона» как производящая функция последовательности чисел сочетаний. Задача «о размене» и производящие функции. Производящие функции последовательности Фибоначчи. Синтаксис Wolfram Language. Основные операторы пакета СКА Mathematica и примеры их применения для решения различных задач дискретной математики.

Тема 3. Структуры данных и алгоритмы

Двоичные кучи как пример организации «очереди с приоритетами». Возникающие задачи, алгоритмы их решений и оценка трудоемкости. Алгоритмы сортировок. Бесконечность множества простых чисел. Алгоритм Евклида поиска НОД. Линейное представление НОД. Сравнения по модулю и определение Z_n. Определение кольца. Обратимые элементы кольца вычетов. Функция Эйлера $\varphi(n)$. Малая теорема Ферма. Поле вычетов по простому модулю. Теорема Эйлера. Шифр RSA.

Тема 4. Графы и деревья

Понятие графа. Сумма степеней вершин графа. Пути, цепи, циклы. Остов графа. Связные графы. Деревья. Эквивалентные условия того, что граф - дерево. Эйлеровы циклы. Некоторые теоремы «теории графов». Двудольные графы. «Задача о свадьбах» и теорема Холла. Задание деревьев. Код Прюфера.

Тема 5. Алгоритмы на графах

Задание корневых деревьев. Обходы деревьев. Двоичные деревья поиска. Алгоритмы поиска вершины с заданным значением ключа, вставки ключа, удаления ключа. АВЛ-деревья. Способы задания графов. Первые алгоритмы: проверка связности графа, построение остова графа. «Жадные» алгоритмы на графах: алгоритм Прима и алгоритм Дейкстры. Алгоритм Уоршелла-Флойда поиска пар минимальных путей. Ранг матрицы инциденций. Миноры матрицы инциденций. Потоки на графе. Циклические векторы. Теорема Пункаре-Веблена-Александера. Теорема Кирхгофа.

Тема 6. Кодирования

Двоичные деревья. Неравенство Крафта. Алфавитное двоичное кодирование. Префиксные и разделимые схемы кодирования; неравенства Крафта и Макмиллана. Оптимальное кодирование. Оценка цены схемы кодирования через энтропию вероятностного распределения. Алгоритма Хаффмана построения оптимальной схемы кодирования. Кодирование с исправлением ошибок. Расстояние Хэмминга. Код Хэмминга**.**

Тема 7. Множества и логика

Теоретико-множественные операции и их свойства. Декартово произведение множеств. График отображения. Построение графика композиции отображений. Понятие отношения. Свойства: рефлексивности, симметричности, транзитивности, антисимметричности. Алгоритм Флойда построения транзитивного замыкания отношения. Отношения порядка; наибольшие элементы и максимальные элементы. Алгоритм топологической сортировки. Отношения эквивалентности, классы эквивалентности. Операции реляционной алгебры: сокращение, проекция, соединение, деление. Атрибуты и их значения. Домены. Схема отношения. Примеры построения реляционных баз данных. Булевы функции. Булевы функции от двух переменных. Существенные и несущественные переменные. Реализация функций формулами. Равносильные формулы. Двойственные функции. Нормальные формы. Полные системы функций. Теорема Поста. Высказывания и предикаты. Аксиоматические определения: аксиоматика Пеано.

6. ЗАНЯТИЯ СЕМИНАРСКОГО ТИПА

Таблица 6.1 – Практические занятия / Семинарские занятия / Лабораторные работы

№ темы	Тема занятия	Вид занятия / Оценочное средство
1	2	3
1	Решение задач на индуктивный метод рассуждения: решение рекуррентных соотношений, суммирования последовательностей. Примеры построения взаимно-однозначных соответствий. Исследование свойств отображений, вычисление образов и прообразов. Доказательство теоретико-множественных равенств для образов и прообразов множеств. Связь теоретико-множественных операций над множествами и алгебраических операций над индикаторными функциями. Использование	ПЗ: Теоретический опрос

	различных систем счисления.	
2	ПЗ: Решение комбинаторных задач. Доказательство различных соотношений для чисел сочетаний и других чисел, появляющихся в задачах комбинаторики. Решение задач с использованием формулы бинома Ньютона и ее обобщения. Использовние производящих функций при решении комбинаторных задач. Применение алгоритмов перечисления подмножеств и перестановок. Построение кодов СКА Mathematica для визуализации решений комбинаторных задач и задач перечисления.	ПЗ: Теоретический опрос Контрольная работа
3	ПЗ: Примеры использования алгоритмов на двоичных кучах. Реализация алгоритмов на двоичных кучах в СКА Mathematica. Применение алгоритмов сортировок и их реализация. Сравнение скорости работы различных сортировок. Использование алгоритма Евклида и модифицированного алгоритма Евклида и их реализации в СКА Mathematica. Построение линейного представление НОД. Вычисление в кольцах вычетов, поиск элемента, обратного данному. Шифрование с открытым ключом, реализация алгоритма дешифрования и обсуждение невозможности его практического использования.	ПЗ: Теоретический опрос
4	ПЗ: Сведение задач дискретной математики к задачам на графах. Построение графов и деревьев, например, построение дерева с заданными степенями его вершин. Вычисление числа висячих вершин двоичного дерева. Доказательство различных утверждений о путях в графах. Построение кода Прюфера дерева и восстановление дерева по его коду Прюфера.	ПЗ: Теоретический опрос Контрольная работа
5	ПЗ: Различные способы задания корневых деревьев. Описание и реализация различных алгоритмов на корневых деревьях. Примеры и реализация обходов дерева «в ширину» и «в глубину». Примеры и реализация основных алгоритмов на двоичных деревьях поиска. Построение АВЛ-деревьев. Алгоритмы перехода от одного способа задания графа к другому и их реализация. Реализация алгоритма проверки связности графа при различных его заданиях; тоже – при реализации алгоритма построения остова графа. Примеры применения алгоритма Прима и алгоритма Дейкстры. Реализация алгоритма Уоршелла-Флойда. Вычисление нулевого подпространства матрицы инциденций связного ориентированного графа, поиск базиса этого подпространства, состоящего из циклических векторов.	ПЗ: Решение практических задач на компьютере,
6	ПЗ: Примеры построения префиксных схем кодирования. Примеры применения алгоритма Хаффмана построения оптимальной схемы кодирования и сравнение ее цены с энтропией соответствующего вероятностного распределения. Примеры построения кодов, исправляющих ошибки.	ПЗ: Решение практических задач на компьютере, Контрольная работа
7	ПЗ: Задание отображений при помощи их графиков. Вычисление образов и прообразов посредством графиков отображений. Примеры отношений на множестве и исследование их свойств. Примеры отношений эквивалентности и вычисление классов эквивалентности. Реализация базы данных. Примеры построения запросов в базах данных. Нахождение таблиц истинности булевых функций. Преобразования формул для булевых функций. Примеры поиска совершенных форм, многочленов Жегалкина булевых функций. Исследование классов булевых функций. Язык высказываний и предикатов в математике. Запись математических утверждений на языке предикатов. Вывод следствий из аксиом Пеано.	

*ПЗ – практические занятия, СЗ – семинарские занятия, ЛР – лабораторные работы

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

7.1. Методические указания для обучающегося по освоению дисциплины

Для формирования четкого представления об объеме и характере знаний и умений, которыми надо будет овладеть по дисциплине в самом начале учебного курса обучающийся должен ознакомиться с учебно-методической документацией:

– рабочей программой дисциплины: с целями и задачами дисциплины, ее связями с другими дисциплинами образовательной программы, перечнем знаний и умений, которыми в процессе освоения дисциплины должен владеть обучающийся,

– порядком проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации;

– графиком консультаций преподавателей кафедры.

Систематическое выполнение учебной работы на занятиях лекционных и семинарских типов, а также выполнение самостоятельной работы позволит успешно освоить дисциплину.

В процессе освоения дисциплины обучающимся следует:

– слушать, конспектировать излагаемый преподавателем материал;

– ставить, обсуждать актуальные проблемы курса, быть активным на занятиях;

– задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений;

– выполнять задания практических занятий полностью и установленные сроки.

При затруднениях в восприятии материала следует обратиться к основным литературным источникам. Если разобраться в материале не удалось, то обратится к лектору (по графику его консультаций) или к преподавателю на занятиях семинарского типа.

Обучающимся, пропустившим занятия (независимо от причин), не имеющим письменного решения задач или не подготовившимся к данному занятию, рекомендуется не позже чем в 2 - недельный срок явиться на консультацию к преподавателю и отчитаться по теме.

7.2. Организация самостоятельной работы

Под самостоятельной работой обучающихся понимается планируемая работа обучающихся, направленная на формирование указанных компетенций, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, без его непосредственного участия.

Методическое обеспечение самостоятельной работы при наличии обучающихся лиц с ограниченными возможностями представляется в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

Виды самостоятельной работы по дисциплине представлены в таблице 7.2.1.

Таблица 7.2.1 – Организация самостоятельной работы обучающегося

№ темы	Вид самостоятельной работы
1	2
1-7	Выполнение домашних заданий
	Подготовка к опросам по теории
	Подготовка к контрольным работам

№ темы	Вид самостоятельной работы
	Подготовка к семестровым экзаменам
	Выполнение минипроекта

Каждый вид СРО, указанный в таблице 7.2.1 обеспечен методическими материалами.

8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В преподавании дисциплины используются разнообразные образовательные технологии как традиционные, так и с применением активных и интерактивных методов обучения.

Активные и интерактивные методы обучения:

В преподавании дисциплины «Дискретная математика» используются разнообразные образовательные технологии как традиционные, так и с применением активных и интерактивных методов обучения.

Активные и интерактивные методы обучения:

Из возможных активных методов обучения в процессе изучения данной дисциплины используется такой метод, как анализ конкретных ситуаций, для активации познавательной деятельности студентов, когда вместо готового результата студентам предлагается самостоятельно с помощью преподавателя обсуждать возникающие вопросы и находить соответствующие ответы на них. Это касается как подходов к решению тех или иных типовых задач, так и доказательств некоторых утверждений, а иногда и формулировок ряда утверждений и определений. Все без исключения практические занятия проводятся в компьютерных классах.

9. РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

9.1. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Таблица 9.1.1 – Учебно-методическое обеспечение дисциплины

Библиографическое описание издания (автор, заглавие, вид, место и год издания, кол. стр.)	Основная/ дополнительная литература	Книгообеспеченность	
		Кол-во. экз. в библ. СПбГЭУ	Электронные ресурсы
1. Новиков Ф.А. Дискретная математика : учебник .— 3-е изд. — Электрон. дан. —Санкт-Петербург : Питер, 2017 .— 496 с.	основная	–	ЭБС Айбукс
2. Иванов О.А. Дискретная математика и программирование в Wolfram Mathematica : учебное пособие / О.А.Иванов, Г.М.Фридман .— Санкт-Петербург [и др.] : Питер, 2019 .— 349 с. – Сведения доступны также по Интернету: ЭБС Айбукс.	основная	75	ЭБС Айбукс
3. Судоплатов С.В. Дискретная математика : учебник и практикум / С.В. Судоплатов, Е.В. Овчинникова. — 5-е изд., испр. и доп .— Электрон. дан. — Москва : Издательство Юрайт, 2019 .— 279 с.	дополнительная	–	ЭБС Юрайт
4. Вороненко, А. А. Дискретная математика. Задачи и упражнения с решениями : учебно-методическое пособие / А. А. Вороненко, В. С. Федорова. — Электрон. дан. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 104 с.	дополнительная	–	znanium.com

Таблица 9.1.2 – Перечень современных профессиональных баз данных (СПБД)

№	Наименование СПБД
1	Электронная библиотека Grebennikon.ru – www.grebennikon.ru
2	Научная электронная библиотека eLIBRARRY – www.elibrary.ru
3	Научная электронная библиотека КиберЛеника – www.cyberleninka.ru
4	База данных ПОЛПРЕД Справочники – www.polpred.com
5	База данных OECD Books, Papers & Statistics на платформе OECD iLibrary – www.oecd-ilibrary.org

Таблица 9.1.3 – Перечень информационных справочных систем (ИСС)

№	Наименование ИСС
1	Справочная правовая система КонсультантПлюс (инсталлированный ресурс СПбГЭУ или www.consultant.ru)
2	Справочная правовая система «ГАРАНТ» (инсталлированный ресурс СПбГЭУ или www.garant.ru)
3	Информационно-справочная система «Кодекс» (инсталлированный ресурс СПбГЭУ или www.kodeks.ru)
4	Электронная библиотечная система BOOK.ru - www.book.ru
5	Электронная библиотечная система ЭБС ЮРАЙТ – www.urait.ru
6	Электронно-библиотечная система ЗНАНИУМ (ZNANIUM) – www.znanium.com
7	Электронная библиотека СПбГЭУ– opac.unecon.ru

9.2. Материально-техническое обеспечение учебного процесса

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Таблица 9.2.1 – Перечень программного обеспечения (ПО)

№ п/п	Наименование ПО
1	Microsoft Windows Professional (КОНТРАКТ № 244/20 «26» июня 2020 г
2	Microsoft Office Professional (КОНТРАКТ № 244/20 «26» июня 2020 г)
3	7-Zip (freeware)
4	Wolfram Mathematica 12 (Сублицензионный договор № 328/20 от 20.08.2020г.)
5	Python 3.7.4 (freeware)

10. ОСОБЕННОСТИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Обучение обучающихся с ограниченными возможностями здоровья при необходимости осуществляется на основе адаптированной рабочей программы с использованием специальных методов обучения и дидактических материалов, составленных с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся (обучающегося).

В целях освоения учебной программы дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья Университет обеспечивает:

для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по зрению: размещение в доступных для обучающихся, являющихся слепыми или слабовидящими, местах и в адаптированной форме справочной информации о расписании учебных занятий; присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь;

выпуск альтернативных форматов методических материалов (крупный шрифт или аудиофайлы);

для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху: надлежащими звуковыми средствами воспроизведение информации;

для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата: возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, туалетные комнаты и другие помещения кафедры, а также пребывание в указанных помещениях.

Образование обучающихся с ограниченными возможностями здоровья может быть организовано как совместно с другими обучающимися, так и в отдельных группах или в отдельных организациях.

11. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Фонд оценочных средств для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом и является приложением к рабочей программе дисциплины.