УДК 666.7.041.9

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНО-ВЛАЖНОСТНЫХ ПРОЦЕССОВ В ОБЪЕМЕ КЕРАМИЧЕСКИХ БЛОКОВ

В.О. Андреев[1], С.Е. Тиняков[1]

[1]*ФГБОУ ВПО «Госуниверситет-учебно-научно-производственный комплекс (УНПК)»,*
302020, *Россия, г. Орел, Наугорское шоссе,* 29
[2]*Филиал ФГАОУ ВПО «Сибирский федеральный университет» в г. Железногорске,* 662971,
Россия, г. Железногорск, ул. Кирова, 12.

Информационные технологии все шире вовлекаются в промышленную практику для совершенствования технологических процессов и оптимизации всего цикла создания изделий различного назначения. В статье предложен метод температурно-влажностных процессов при сушке и обжиге керамических материалов с учетом явления термодиффузии

Ключевые слова: Керамический блок, обжиг, сушка, моделирование температурно-влажностных процессов, явление термодиффузии

MODELING HYDROTHERMAL PROCESSES IN CERAMIC BLOCKS

V. O. Andreev, S.E. Tinyakov
FGBOU VPO "State University – the Educational Scientific-industrial Complex (ESIC)",
302020, *Russia. Eagle, Naugorskoye Highway,* 29
FGAOU VPO branch "Siberian Federal University" in Zheleznogorsk,
662971, *Russia, Zheleznogorsk, st. of Kirov,* 12.

Information technologies are increasingly involved in industrial practices to improve production processes and optimize the entire cycle of creating products for different purposes. A method for modeling temperature-humidity processes during drying and firing ceramics considering the phenomenon of thermal diffusion.

Keyworlds: Ceramic blocks, drying, firing, modeling hydrothermal processes, the phenomenon of thermal diffusion

Сушка и обжиг керамических материалов и изделий – сложный тепломассообменный процесс, причем траектория и время достижения заданной конечной влажности полуфабриката, в конечном счете, определяют качество конечной продукции. Кинетику сушки и обжига такой каппилярно-пористой массы, как керамические материалы, определяют закономерности внутреннего и внешнего переноса влаги и теплоты. Посредством массопроводности влага из внутренних слоев материала продвигается к внешней границе тела (к поверхности испарения). В случае применения традиционного конвективного режима обжига высокотемпературным теплоносителем процесс может осложняться за счет явлений термовлагопроводности (термодиффузии) и внутреннего испарения влаги в обрабатываемом материале.

Выраженные в одинаковых единицах измерения коэффициенты влагопроводности твердых тел – k обычно меньше соответствующих коэффициентов температуропроводности этих тел – a. При этом, если различие значений коэффициентов потенциалопроводности достаточно велико (критерий инерционности потенциала поля вещества по отношению к потенциалу поля тепла Lu): $Lu = k/a \leq 10^{-2} \div 10^{-3}$, то процесс тепловой обработки можно считать изотермическим [1].

Однако, как следует из табл. 1, процесс термообработки керамических материалов не является изотермическим, поэтому при моделировании процесса и оптимизации технологических режимов сушки и обжига необходимо учитывать взаимное влияние явлений переноса тепла и влаги.

Действительно, когда коэффициенты влаго- и теплопроводности различаются менее чем на два-три порядка, теплоперенос существенно влияет на внутренний влагоперенос. Уменьшение влагосодержания наружных слоев материала сопровождается при термообработке их более быстрым прогревом, вследствие чего возникает поток влаги в направлении, противоположном температурному градиенту, т.е. от поверхности в объем обрабатываемого материала.

Таблица 1. **Коэффициенты потенциалопроводности керамических материалов**

Керамический материал:	Значения коэффициентов потенциалопроводности, ($м^2/ч$):		$Lu=k/a$ Коэффициент инерционности влаги по отношению к теплу
	k – коэффициент влагопроводности (moisture diffusivity)	*a* – коэффициент температуропроводности (thermal diffusivity)	
Глина	$(0{,}66\div 2{,}14)10^{-4}$	$18{,}58\ 10^{-4}$	$(3.6\div 11{,}5)\ 10^{-2} > 10^{-2}$
Керамический строительный кирпич	$5{,}4\ 10^{-4}$	$19{,}72\ 10^{-4}$	$27{,}4\ 10^{-2} > 10^{-2}$

В этом случае задача расчета полей влагосодержаний и температур в обрабатываемом материале требует решения системы дифференциальных уравнений взаимосвязанного тепломассопереноса [2]. Показано [3], что для большинства материалов основная масса влаги переносится посредством массопроводности, а влияние термодиффузии и внутренних фазовых переходов менее существенно. В этих условиях краевая задача взаимосвязанного тепловлагопереноса при обжиге может быть представлена двумя самостоятельными задачами тепло- и влагопроводности. Однако, гипотеза об адекватности математического описания процесса обжига на основе последовательного решения двух краевых задач – теплопроводности (нагрев влажного тела) и массопроводности (перенос влаги в нагретом теле) – требует теоретического подтверждения. Определенный шаг в этом направлении сделан в аналитическом моделировании процесса термовлажностной обработки при обжиге керамического материалов и изделий.

Обжиг керамического материала является сложным тепломассообменным процессом, а ход обжига и время достижения заданной конечной влажности определяют качество готового продукта. Если обжигаемый материал имеет определенную влажность, то кинетика удаления влаги может описываться основным уравнением массоотдачи в газовой фазе. В области гигроскопического состояния вещества кинетика обжига определяется закономерностями внутреннего переноса влаги и теплоты. Посредством явления массопроводности влага из внутренних слоев материала продвигается к внешней границе тела (к поверхности испарения). При конвективном способе обжига высокотемпературным теплоносителем процесс может осложняться термовлагопроводностью и внутренним испарением влаги. Это имеет место при обжиге керамических материалов, когда рабочие температуры достигают нескольких сотен градусов Цельсия.

В качестве теоретической основы понимания процессов тепло- и влагопереноса при обжиге керамических блоков из глины, представляющих собой капиллярно-пористые тела, используем известную модель, на основе принципов неравновесной термодинамики [2]. Эта модель представляет собой систему двух взаимосвязанных дифференциальных уравнений в частных производных (ДУЧП), описывающих нестационарную динамику изменения во времени и полях градиентов температуры и влажности в массе капиллярно-пористого тела.

Для проверки гипотезы о существенном влиянии температурных градиентов на кинетику процессов сушки и обжига керамики при значительной толщине блоков используем аналитическое и компьютерное моделирование.

Согласно Лыкову [2], нестационарные поля влагосодержания и температуры описываются системой двух нелинейных дифференциальных уравнений нестационарного внутреннего влаго- и теплопереноса, которая для процесса обжига керамического материала принимает следующий вид (для удобства рассматривается одномерное пространство $0<x<l$):

$$\frac{\partial M(x,t)}{\partial t} = k\frac{\partial^2}{\partial x^2}M(x,t) + k\delta\frac{\partial^2}{\partial x^2}T(x,t), \qquad (1)$$

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = a\frac{\partial^2}{\partial x^2}T(x,t) + \varepsilon\beta\frac{\partial}{\partial t}M(x,t). \qquad (2)$$

Здесь: t – время обжига; x – пространственная координата; $M(x,t)$ – поле влагосодержания; $T(x,t)$ – температурное поле; k – коэффициент влагопроводности; a – коэффициент температуропроводности; δ – термоградиентный коэффициент; ε – коэффициент фазовых изменений; $\beta = R/(c\,\rho)$, где R – удельная энтальпия фазовых превращений; c – удельная теплоемкость; ρ – удельная плотность.

При этом начальные условия определяются как:

$M(x,0)=Mi(x)=Mi$, $T(x,0)=Ti(x)=Ti$. (3)

Граничные условия определяются как:

$M(0,t)=Me(l,t)=Me$, $T(0,t)=T(l,t)=Te$. (4)

Один из известных подходов к решению системы дифференциальных уравнений в частных производных (1) – (4) состоит в применении интегральных преобразований для сведения рассматриваемой проблемы к более простым дифференциальным уравнениям. Исследования показали, что преобразования Лапласа и Фурье не упрощают задачу. Преобразование Фурье не очень пригодно в условиях конечных размеров исследуемых пространственных тел, а преобразование Лапласа не может быть использовано из-за недостатка информации, связанной со значениями производных рассматриваемых переменных на границах пространственной области.

Для получения полезных результатов решения задачи выбран метод, базирующийся на использовании собственных значений и собственных чисел [4]. При этом, процедура решения дифференциального уравнения в частных производных (ДУЧП) вида

$$\frac{\partial F(x,t)}{\partial t}=\gamma\frac{\partial^2 F(x,t)}{\partial x^2}+D(x,t) \quad (5)$$

относительно $F(x,t)$ при соответствующих граничных и начальных условиях сводится к следующей последовательности шагов (γ – константа, а $D(x,t)$ – возмущающий негомогенный член):

- Решить соответствующую гомогенную задачу (полагая $D(x,t)=0$) и получить собственные значения и собственные функции, необходимые для построения решения в виде бесконечной суммы;
- Выразить все функциональные члены негомогенной задачи через полученные собственные функции;
- Решить полученное уравнение с бесконечными суммами относительно коэффициентов, необходимых для нахождения решений $F(x,t)$, используя свойства собственных значений и собственных функций.

Чтобы применить предложенный метод к исходной паре взаимосвязанных уравнений (1) – (2), необходимо сопряженные члены в каждом уравнении рассматривать как негомогенные «возмущающие» члены $D(x,t)$. При этом решения относительно функций M(x,t) и $T(x,t)$ уравнений (1) – (2) можно представить в виде сумм с бесконечным числом членов:

$$M(x,t)=C+\sum_{n=1}^{\infty}a_n(t)\Phi_n(x), \quad (6)$$

$$T(x,t)=D+\sum_{n=1}^{\infty}b_n(t)\Psi_n(x). \quad (7)$$

Здесь $\Phi_n(x)$ и $\Psi_n(x)$ собственные функции, не зависящие от времени, а коэффициенты $a_n(t)$ и $b_n(t)$ являются функциями только времени, C и D – определяют из начальных и граничных условий.

Т.е. соответствующая гомогенная конструкция для уравнений (1) и (2) определяется как:

$$\frac{\partial M(x,t)}{\partial t}=k\frac{\partial^2}{\partial x^2}M(x,t), \quad (8)$$

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t}=a\frac{\partial^2}{\partial x^2}T(x,t). \quad (9)$$

Гомогенные уравнения (1.8) и (1.9) легко решаются методом разделения переменных. При этом, собственные значения и собственные функции для соответствующих граничных условий (1.3) определяются как:

$$\lambda_n=\frac{n^2\pi^2}{l^2},\ \Psi_n(x)=\Phi_n(x)=\sin(\sqrt{\lambda}x)=\ldots$$

$$\ldots=\sin\left(\frac{n\pi}{l}x\right), n=1,2,\ldots,\infty. \quad (10)$$

Применение преобразования Лапласа позволяет вычислить и коэффициенты $a_n(t)$ и $b_n(t)$:

$$a_n(t)=\frac{p_1A_n+C_n}{p_1-p_2}\exp(p_1t)+\ldots$$

$$\ldots+\frac{p_2A_n+C_n}{p_2-p_1}\exp(p_2t), \quad (11)$$

$$C_n=-B_nk\lambda_n\delta+\alpha\lambda_nA_n+\beta\varepsilon A_nk\lambda_n\delta, \quad (12)$$

$$b_n(t)=\frac{p_1B_n+D_n}{p_1-p_2}\exp(p_1t)+\ldots$$

$$\ldots+\frac{p_2B_n-D_n}{p_2-p_1}\exp(p_2t), \quad (13)$$

$$D_n=B_nk\lambda_n-\beta A_nk\varepsilon. \quad (14)$$

Здесь:

$$p_1=\frac{1}{2}(\beta\varepsilon k\delta+\alpha+k-\ldots$$

$$\ldots-\sqrt{(\beta\varepsilon k\delta)^2+2\beta\varepsilon\delta k^2+2\beta\varepsilon\delta k\alpha+k^2+\alpha^2-2k\alpha}, \quad (15)$$

$$p_2=\frac{1}{2}(\beta\varepsilon k\delta+\alpha+k+\ldots$$

$$\ldots+\sqrt{(\beta\varepsilon k\delta)^2+2\beta\varepsilon\delta k^2+2\beta\varepsilon\delta k\alpha+k^2+\alpha^2-2k\alpha}. \quad (16)$$

В итоге преобразований и расчетов получают решения исходной системы уравнений (1.1)-(1.2) относительно искомых функций M(x,t) и T(x,t), которые удовлетворяют граничным и начальным условиям:

$$M(x,t) = Me + \sum_{n=1}^{\infty} a_n(t)\Phi_n(x), \quad (17)$$

$$T(x,t) = Te + \sum_{n=1}^{\infty} b_n(t)\Psi_n(x). \quad (18)$$

Изложенная выше схема решения положена в основу построения комплекса аналитических и компьютерных моделей температурно-влажностных процессов в объеме керамических изделий. Рассмотрим подход к моделированию термовлажностной обработки влажных капиллярно-пористых тел без учета явления термодиффузии.

Если пренебречь влиянием термодиффузии, то краевая задача взаимосвязанного тепловлагопереноса может быть представлена двумя самостоятельными задачами тепло- и влагопроводности [3], математическая модель которых включает в себя последовательное решения трех краевых задач: теплопроводности (нагрев влажного тела), массопроводности (перенос влаги в нагретом теле), теплопроводности (охлаждение влажного тела). Для двух первых задач математическая модель может быть представлена, соответственно, уравнениями (19) и (20):

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial M(x,t)}{\partial t} = k\nabla^2 M(x,t);\\
&M(x,0) = M_0;\\
&\frac{\partial M(0,t)}{\partial x} = 0; \qquad (19)\\
&\beta[M_p - M(l,t)] = k\frac{\partial M(l,t)}{\partial x};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \alpha\nabla^2 M(x,t);\\
&T(x,0) = T_0;\\
&\frac{\partial T(0,t)}{\partial x} = 0; \qquad (20)\\
&\alpha[T_c - T(l,t)] = k\frac{\partial T(l,t)}{\partial x}.
\end{aligned}$$

Результатом работы является аналитическое модель, представляющая собой решение системы сопряженных дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих процессы термовлажностной обработки пористых материалов на основе теории А.В. Лыкова. Исследование полученной модели применительно к обжигу керамических материалов показало, что явление термодиффузии оказывает существенное влияние на динамику процесса и его следует принимать во внимание. Термоградиентный коэффициент δ является важным параметром сопряжения процессов переноса потенциалов и оказывает серьезное воздействие на развитие профилей влагосодержания и температуры в керамическом материале. Полученное аналитическое решение позволяет экспериментально определять значения коэффициентов сопряжения в модели и практически использовать разработанные модели в производственных условиях для адекватного учета взаимодействия процессов тепломассопереноса. Это снимает необходимость обращения к обычно используемым упрощенным моделям раздельного представления температурных и влажностных процессов в процессах сушки и обжига капиллярно-пористых материалов.

Работа выполнена при поддержке Фонда содействия развитию малых форм предприятий в научно-технической сфере, проект № 9104р /14910.

Литература

1. Лыков, А. В. Теория теплопроводности / А. В. Лыков. – М.: Высш. шк, 1967. – 600 с.

2. Лыков, А. В. Тепломассообмен : справочник / А. В. Лыков. – М. :Энергия, 1972. – 560 с.

3. Интенсификация тепловых и массообменных процессов в гетерогенных средах: монография / под ред. А.Г. Липина; ГОУ ВПО Иван. гос. хим.-технол. ун-т. Иваново, 2009. - 164 с.

4. W.E. Boyce and R.C. DiPrima, Elementary Differnetial Equatians and Boundary Value Problems, John Wiley&Sons, New York, 1977.

[1]*Андреев Владимир Олегович – кандидат технических наук, член-корреспондент Академии электротехнических наук РФ, ФГБОУ ВПО «Госуниверситет – УНПК», моб.:* +7 920 084 71 99, e-*mail: Voland*152@*yandex.ru;*

[1]*Тиняков Сергей Евгеньевич – кандидат технических наук, общей кафедры филиала ФГАОУ ВПО «Сибирский федеральный университет» в г. Железногорске, моб.:* +7 913 532 84 48, *Tinyakov*1@*yandex.ru.*