МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И ПРОИЗВОДСТВА ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

МОДЕЛЬ УЧЕТА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КЛУБНЕЙ В РАБОЧЕЙ КАМЕРЕ ПРИ ОЧИСТКЕ КАРТОФЕЛЯ

М.И. Дмитриченко, Н.В. Мосина, Г.В. Алексеев

Санкт–Петербургский университет сервиса и экономики 192171, Санкт-Петербург, ул. Седова, 55/1

Аннотация – Разработана математическая модель динамики рабочего процесса картофелеочистительной машины. Получены решения, позволяющие усовершенствовать конструкцию рабочей камеры машины.

Для рабочих камер картофелеочистительных машин в виде цилиндрических обечаек, например типа МОК, известные модели к сожалению не учитывают взаимодействие отдельных очищаемых клубней между собой.

Характер перемещения перерабатываемого сырья в рабочей камере технологической машины весьма существенно влияет как на режимы процесса, так и на конструкцию самой рабочей камеры.

Известные модели перемещения корнеклубнеплодов в рабочих камерах очистительных машин, являются основой выбора конструкции, в частности различных геометрических параметров таких камер, и кинематических параметров перемещения рабочих органов [1-3].

Предполагая отдельные очищаемые клубни картофеля упругими элементами, заменим их (в плоской постановке) жесткими дисками соединенными между собой упругими пружинами. Предположим дополнительно крайний левый клубень закрепленным неподвижно (опертым на основную массу очищаемого картофеля). Взаимодействие трех контактирующих между собой и со стенкой рабочей камеры клубней можно тогда рассматривать в рамках следующей задачи: определить частоты свободных колебаний и найти формы главных колебаний системы с двумя степенями свободы, указанной на рисунке (l_{01} и l_{02} –длины недеформированных пружин 1 и 2).

Система состоит из двух однородных дисков, присоединенных к вертикальным поверхностям пружинами с коэффициентами жесткости c_1 и c_2 и соединенных пружиной с коэффициентом жесткости c_3. В состоянии покоя пружины с коэффициентами жесткости c_1 и c_2 растянуты соответственно на величины $f_{ст1}$; $f_{ст2}$. Пружина с коэффициентом жесткости c_3 сжата на величину $f_{ст1}+f_{ст2}$.

За обобщенные координаты примем: q, r – горизонтальные смещения центров масс дисков 1 и 2 от положения статического равновесия. На рисунке показано положение системы при положительных обобщенных координатах.

Найдем кинетическую и потенциальную энергии системы. Кинетическая энергия системы состоит из кинетической энергии дисков:

$$T=T_1+T_2=\frac{\grave{o}_1\dot{q}^2}{2}+\frac{J_1\omega_1^2}{2}+\frac{\grave{o}_2\dot{r}^2}{2}+\frac{J_2\omega_2^2}{2},$$

где: $\dot{q}$, $\dot{r}$ – обобщенные скорости; J_1, J_2 – моменты инерции дисков относительно осей, проходящих соответственно через их центры масс C_1 и C_2. Моменты инерции дисков будут $J_i=\frac{m_i r_i^2}{2}$, $i=1, 2$. Т.к. $\omega_1=\frac{\dot{q}}{r_1}$, $\omega_2=\frac{\dot{r}}{r_1}$, то $T=\frac{3}{4}(\grave{o}_1\dot{q}^2+\grave{o}_2\dot{r}^2)$.

Потенциальная энергия системы равна работе сил при перемещении системы из отклоненного положения в нулевое (положение статического равновесия). Потенциальную энергию системы вычислим как потенциальную энергию деформированных пружин. Деформации пружин следующие: $\lambda_1=q+f_{ст1}$ – для пружины с коэффициентом жесткости c_1, $\lambda_2=r+f_{ст2}$ – для пружины с коэффициентом жесткости c_2; $\lambda_3=q+r+f_{ст1}+f_{ст2}$ – для пружины с коэффициентом жесткости c_3.

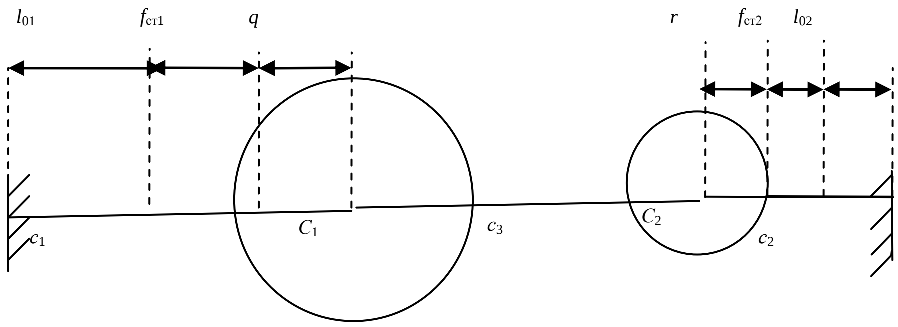


Рис. Модель взаимодействия клубней

Следовательно,

$П=1/2c_1(q+f_{ст1})^2-1/2c_1\, f_{с\grave{o}1}^2+1/2c_2(r+f_{ст2})^2-1/2c_2\, f_{с\grave{o}2}^2+1/2c_3(q+r+f_{ст1}+f_{ст2})^2-\ldots$

$\ldots-1/2c_3(f_{ст1}+f_{ст2})^2$,

или после упрощений:

$П=1/2c_1q^2+1/2c_2r^2+1/2c_3(q+r)^2+\ldots$

$\ldots+c_1qf_{ст1}+c_2rf_{ст2}+c_3(q+r)(f_{ст1}+f_{ст2})$.

Из условий покоя рассматриваемой системы, находящейся под действием сил, имеющих потенциал, имеем:

$$\left(\frac{\partial П}{\partial q}\right)_{\substack{q=0\\r=0}}=c_1f_{ст1}+c_3(f_{ст1}+f_{ст2})=0,$$

$$\left(\frac{\partial П}{\partial r}\right)_{\substack{q=0\\r=0}}=c_2f_{ст2}+c_3(f_{ст1}+f_{ст2})=0.$$

Потенциальная энергия системы с учетом условий покоя имеет вид:

$$П=1/2c_1q^2+1/2c_2r^2+1/2c_3(q+r)^2.$$

Таким образом,

$$T=\frac{3}{4}\left(\grave{o}_1\dot{q}^2+\grave{o}_2\dot{r}^2\right),$$

$$\Pi=1/2c_1q^2+1/2c_2r^2+1/2c_3(q+r)^2,$$

или:

$$T=1/2(a_{11}\dot{q}^2+2a_{12}\dot{q}\ \dot{r}+a_{22}\dot{r}^2);$$

$$\Pi=1/2(c_{11}q^2+2c_{12}qr+c_{22}r^2).$$

Здесь a_{ij} – коэффициенты инерции: $a_{11}=\frac{3}{2}m_1$, $a_{12}=0$, $a_{22}=\frac{3}{2}m_2$; c_{ij} – коэффициенты жесткости: $c_{11}=c_1+c_3$, $c_{12}=c_3$, $c_{22}=c_2+c_3$.

Для рассматриваемой консервативной системы уравнения Лагранжа имеют вид:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}}\right)-\frac{\partial T}{\partial q}=-\frac{\partial \Pi}{\partial q};$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{r}}\right)-\frac{\partial T}{\partial r}=-\frac{\partial \Pi}{\partial r}.$$

Вычислив производные

$$\frac{\partial T}{\partial q}=0,\ \frac{\partial T}{\partial \dot{q}}=a_{11}\dot{q},$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}}\right)=a_{11}\ddot{q},\ \frac{\partial \Pi}{\partial x_1}=c_{11}q+c_{12}r,$$

$$\frac{\partial T}{\partial r}=0,\ \frac{\partial T}{\partial \dot{r}}=a_{22}\dot{r},$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{r}}\right)=a_{22}\ddot{r},\ \frac{\partial \Pi}{\partial x_2}=c_{21}q+c_{22}r$$

и подставив их в уравнения Лагранжа, получим:

$$a_{11}\ddot{q}=-c_{11}q-c_{12}r,\ a_{22}\ddot{r}=-c_{21}q-c_{22}r,$$

где $c_{21}=c_{12}$ Таким образом, для данной системы дифференциальные уравнения свободных колебаний имеют вид

$$a_{11}\ddot{q}+c_{11}q+c_{12}r=0,\ a_{22}\ddot{r}+c_{21}q+c_{22}r=0.$$

Частное решение этих уравнений:

$$q=A\sin(kt+\beta),\ r=B\sin(kt+\beta),$$

где A и B – амплитуды главных колебаний; k – частоты свободных колебаний; β – начальная фаза колебаний.

Уравнение частот, вытекающее из данной системы дифференциальных уравнений, имеет вид

$$(c_{11}-a_{11}k^2)(c_{22}-a_{22}k^2)-c_{12}^2=0.$$

Корни этого биквадратного уравнения, соответствующие квадратам частот, определим по формулам

$$k_{1,2}^2=\frac{a_{11}c_{22}+a_{22}c_{11}\mp\sqrt{(a_{11}c_{22}+a_{22}c_{11})^2-4a_{11}a_{22}(c_{11}c_{22}-c_{12}^2)}}{2a_{11}a_{22}}$$

Пусть в рассматриваемой задаче: массы однородных дисков $m_1=0{,}06$ кг, $m_2=0{,}04$ кг, коэффициенты жесткости пружин: $c_1=20$ н/см; $c_2=30$ н/см; $c_3=10$ н/см , тогда $a_{11}=(3/2)m_1=0{,}09$ кг; $c_{11}=c_1+c_3=3000$ Н/м; $c_{12}=c_3=1000$ Н/м; $a_{22}=(3/2)m_2=0{,}06$ кг; $c_{22}=c_2+c_3=4000$ Н/м. Следовательно, частоты свободных колебаний

$$k_1=169\ \text{с}^{-1};\ k_2=268\ \text{с}^{-1}.$$

Коэффициенты распределения, соответствующие частотам k_1 и k_2, в общем случае имеют вид

$$\mu_1=\frac{B_1}{A_1}=-\frac{\tilde{n}_{11}-\grave{a}_{11}k_1^2}{\tilde{n}_{12}-\grave{a}_{12}k_1^2}=-\frac{\tilde{n}_{12}-\grave{a}_{12}k_1^2}{\tilde{n}_{22}-\grave{a}_{22}k_1^2};$$

$$\mu_2=\frac{B_2}{A_2}=-\frac{\tilde{n}_{11}-\grave{a}_{11}k_2^2}{\tilde{n}_{12}-\grave{a}_{12}k_2^2}=-\frac{\tilde{n}_{12}-\grave{a}_{12}k_2^2}{\tilde{n}_{22}-\grave{a}_{22}k_2^2}.$$

В данном случае $\mu_1=-0{,}43$; $\mu_2=3{,}46$. Уравнения, определяющие первое главное колебание, примут следующий вид:

$$q_1=A_1\sin(16{,}9t+\beta_1),$$

$$r_1=-0{,}43A_1\sin(16{,}9t+\beta_1).$$

Уравнения, определяющие второе главное колебание,

$$q_2=A_2\sin(26{,}8t+\beta_2),$$

$$r_2=3{,}46A_2\sin(26{,}8t+\beta_2).$$

Общее решение дифференциальных уравнений представляет собой сумму частных решений:

$$q=q_1+q_2=A_1\sin(16{,}9t+\beta_1)+\ldots$$

$$\ldots+A_2\sin(26{,}8t+\beta_2),$$

$$r=r_1+r_2=0{,}43A_1\sin(16{,}9t+\beta_1)+\ldots$$

$\ldots+3{,}46A_2\sin(26{,}8t+\beta_2)$.

Значения A_i и β_i определяются по начальным условиям задачи.

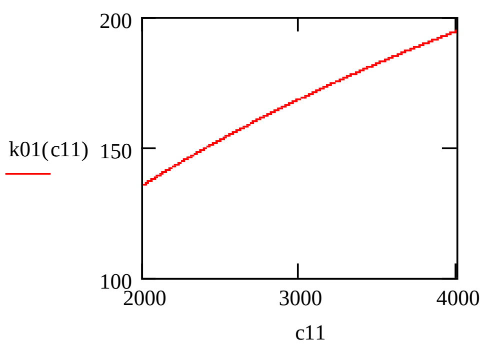
Полученные решения позволяют усовершенствовать конструкцию рабочей камеры, усиливая абразивные элементы в тех зонах цилиндрической обечайки, где клубень, контактирующий со стенкой камеры наиболее интенсивно прижимается к рабочей поверхности. Эти зоны определяются с учетом скорости вращения цилиндрической оболочки рабочей ры и собственной частоты колебаний рассмотренной системы из трех прилежащих к рабочей поверхности клубней.

В качестве примера приведем расчет зависимости первой частоты колебаний от характеристик упругости первого клубня (c_1)

$$m1 := 0.06; \quad m2 := 0.04; \quad c1 := 1000..3000;$$
$$c2 := 3000; \quad c3 := 1000; \quad a11 := 1.5m1;$$
$$c11 := 2000..4000; \quad c12 := c3; \quad a22 := 1.5m2;$$
$$c22 := c2 + c3;$$

$$k1(c11) := a11\cdot c22 + a22\cdot c11 - \left[(a11\cdot c22 + a22\cdot c11)^2 - 4a11\cdot a22\cdot\left|c11\cdot c22 - c12^2\right|\right]^{\frac{1}{2}};$$

$$k01(c11) := \left(\frac{k1(c11)}{2a11\cdot a22}\right)^{\frac{1}{2}}$$



В общем случае на свойства абразивных вкладышей, как показывают численные выкладки, влияют упругие характеристики пружин – модули упругости мякоти картофеля. Этот вывод говорит о том, что учет сезонных изменений структурно-механических свойств картофеля, например, требует применения различных рабочих органов при очистке свежесобранного картофеля и картофеля прошедшего определенный срок хранения.

Список использованных источников

1. *.Елхина В.Д*,.Журин А.А, Проничкина Л.П.,.Богачев М.К. Механическое оборудование предприятий общественного питания. - М.: Экономика, 1981. 320 с.

2. *Жучков А.П.,* Бирюков Ю.И. Определение минимального числа оборотов рабочего органа картофелечистки периодического действия // Общественное питание: Респ. межвед. научно-технический сб. 1970. Вып. 6. С. 137-140.

3. *Чиков В.М.* К вопросу о конструкции и режимах работы картофелечисток периодического действия // Оптимизация работы торгово-технологического оборудования: Сб. ст. Л.: ЛИСТ. 1980.С.56-60.