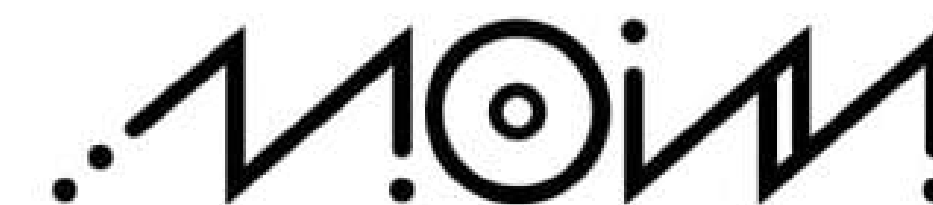




САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ЭКОНОМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ



Лаборатория  
методов оптимизации  
и искусственного интеллекта

# ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА В СОВРЕМЕННЫХ ЗАДАЧАХ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ

кафедра Прикладной математики и экономико-математических методов  
лаборатория Методов оптимизации и искусственного интеллекта

Санкт-Петербургский государственный экономический университет

ЗАДАЧИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИСТИКИ  
ДЛЯ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ

# ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЕ ПРОЕКТЫ



- / 01 Составление оптимального летного расписания работ бортпроводников пассажирской авиакомпании  
АК «Россия», 2016 – 2021
- / 02 Задача оптимальной расстановки типов воздушных судов по рейсам полетного расписания  
Авиакомпания ГТК «Россия», 2013 – 2014
- / 03 Оперативная расстановка парка воздушных судов по рейсам, связанная с изменением данных по спросу  
Авиакомпания ГТК «Россия», 2014

# / 01 СОСТАВЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ЛЕТНОГО РАСПИСАНИЯ РАБОТ БОРТПРОВОДНИКОВ НА АВИАРЕЙСАХ

АК «РОССИЯ», 2016-2021

**Цель работы:** разработка точных и эвристических подходов, позволяющих находить оптимальное либо квазиоптимальное расписание летных заданий для борТПроводников на установленный горизонт планирования.

# / 01 СОСТАВЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ЛЕТНОГО РАСПИСАНИЯ РАБОТ БОРТПРОВОДНИКОВ НА АВИАРЕЙСАХ

## ИСХОДНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

### МНОЖЕСТВО БОРТПРОВОДНИКОВ



#### Характеристики

Должность

Квалификация



#### Ограничения на расписание

Отпуск и запланированные выходные

Больничный

Рабочие мероприятия

### МНОЖЕСТВО РЕЙСОВ



#### Характеристики

Дата и время отправления/прибытия

Длительность полета

Город назначения

Тип сообщения



#### Требования

Количество борТПпроводников с учетом должностей и квалификации

# / 01 СОСТАВЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ЛЕТНОГО РАСПИСАНИЯ РАБОТ БОРТПРОВОДНИКОВ НА АВИАРЕЙСАХ

## ПРАВИЛА

### *Пример расписания для одного бортпроводника*

10 апреля

---

11:45 – явка в аэропорт СПб  
12:45 – начало связки СПб-Уфа-СПБ  
18:15 – окончание связки  
18:45 – окончание полётной смены

11 апреля

---

06:00 – начало резерва  
18:00 – окончание резерва

15 апреля

---

10:00 – начало учёбы  
14:00 – окончание учёбы

# / 01 СОСТАВЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ЛЕТНОГО РАСПИСАНИЯ РАБОТ БОРТПРОВОДНИКОВ НА АВИАРЕЙСАХ

## ПРАВИЛА

*Пример расписания для одного бортпроводника*

	<u>10 апреля</u>	
<b>1 ч</b>	( 11:45 – явка в аэропорт СПб 12:45 – начало связки СПб-Уфа-СПБ	} Полётная смена
<b>30 мин</b>	( 18:15 – окончание связки 18:45 – окончание полётной смены	
	<u>11 апреля</u>	} Отдых после полётной смены
	06:00 – начало резерва 18:00 – окончание резерва	
	<u>15 апреля</u>	
	10:00 – начало учёбы 14:00 – окончание учёбы	

# / 01 СОСТАВЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ЛЕТНОГО РАСПИСАНИЯ РАБОТ БОРТПРОВОДНИКОВ НА АВИАРЕЙСАХ

## ПРАВИЛА

### *Пример расписания для одного бортпроводника*

10 апреля

---

11:45 – явка в аэропорт СПб  
12:45 – начало связки СПб-Уфа-СПБ  
18:15 – окончание связки  
18:45 – окончание полётной смены

11 апреля

---

06:00 – начало резерва  
18:00 – окончание резерва

15 апреля

---

10:00 – начало учёбы  
14:00 – окончание учёбы

Полётное время

- не более 80 ч в месяц
- не менее 60 ч в месяц, если рабочих дней более 20

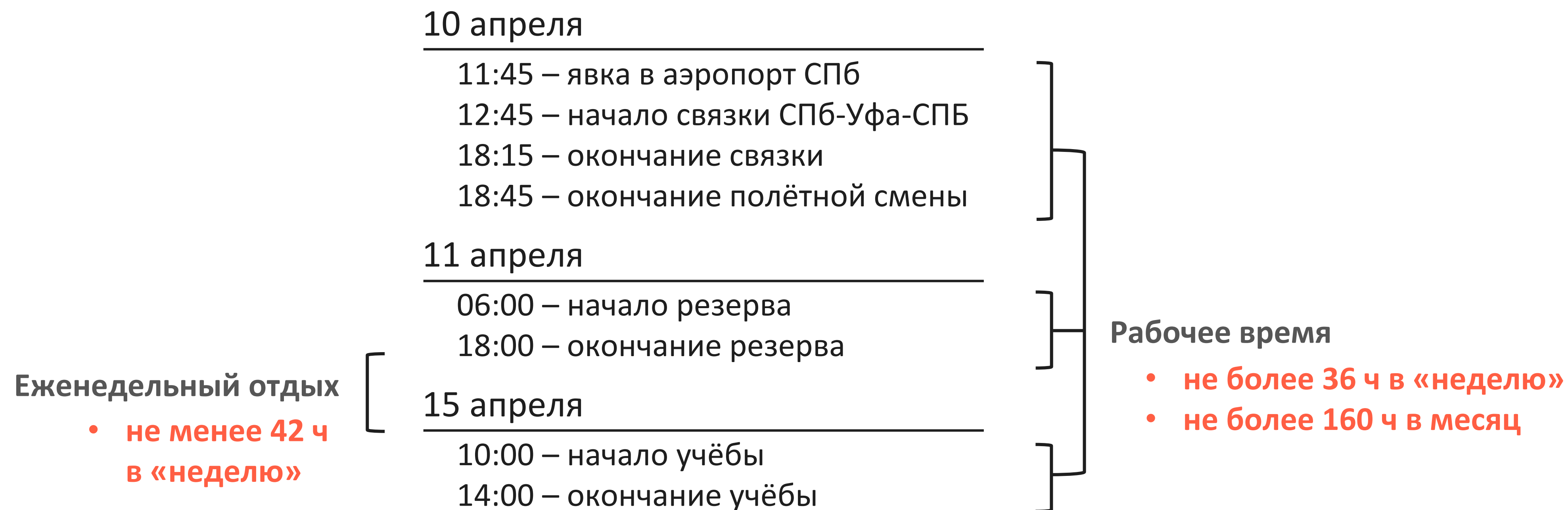
Время в резерве

- не более 4 раз в месяц
- не более 12 ч в «сутки»

# / 01 СОСТАВЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ЛЕТНОГО РАСПИСАНИЯ РАБОТ БОРТПРОВОДНИКОВ НА АВИАРЕЙСАХ

## ПРАВИЛА

*Пример расписания для одного бортпроводника*





# / 01 СОСТАВЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ЛЕТНОГО РАСПИСАНИЯ РАБОТ БОРТПРОВОДНИКОВ НА АВИАРЕЙСАХ

## ОГРАНИЧЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОПТИМИЗАЦИИ

- каждому бортпроводнику назначены отпуска, больничные, учебные полеты и прочее;
- на каждый рейс назначено нужное количество бортпроводников в необходимом составе;
- расписание каждого бортпроводника не нарушает законодательство по ТК РФ и условия труда летного состава по приказу №139.

*/ F1*

**Максимизация нарушения временных нормативов по полетному / рабочему времени и отдыху**

*/ F2*

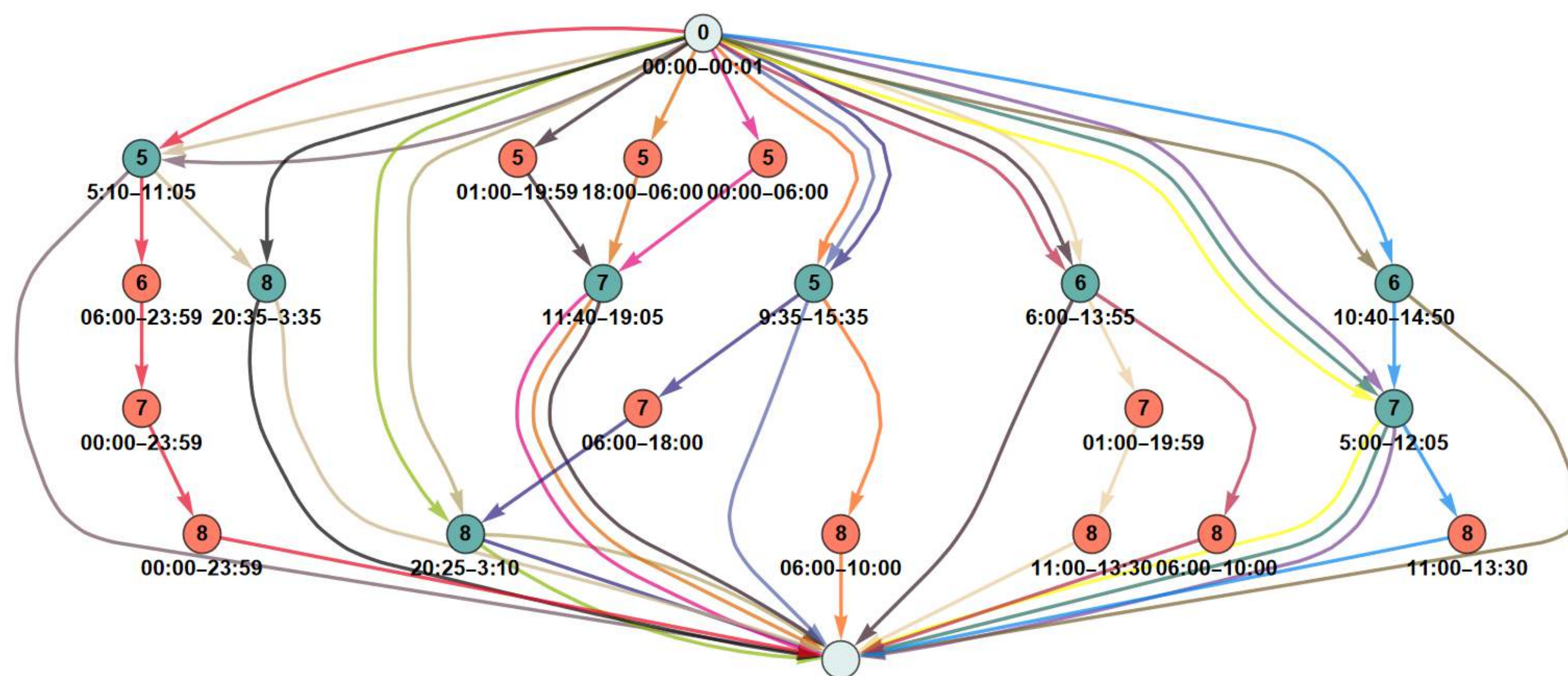
**Максимизация равномерности назначения работ ночных и «сложных» рейсов для бортпроводников**

*/ F3*

**Максимизация разнообразия городов назначения для каждого бортпроводника**

# / 01 СОСТАВЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ЛЕТНОГО РАСПИСАНИЯ РАБОТ БОРТПРОВОДНИКОВ НА АВИАРЕЙСАХ

## ЗАДАЧА О ПОИСКЕ ОПТИМАЛЬНОЙ МАРШРУТНОЙ СЕТКИ НА ГРАФЕ



Задача о составлении оптимального расписания полетов для бортпроводников с заданными работами «на земле», отпусками, больничными и выходными была сформулирована как многокритериальная задача смешанного программирования о поиске путей на «графе рейсов и мероприятий». Для ее решения применено сочетание точных и метаэвристических методов комбинаторной оптимизации.

# / 01 СОСТАВЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ЛЕТНОГО РАСПИСАНИЯ РАБОТ БОРТПРОВОДНИКОВ НА АВИАРЕЙСАХ

## МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЙ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ СТЕК

- алгоритм исправления ошибок в данных;
- алгоритм формирования графа мероприятия по исходным данным;
- метод ветвей и границ;
- конструктивный жадный алгоритм;
- жадный и стохастический алгоритмы локальной оптимизации.



встроенные алгоритмы  
оптимизации на графах



поиск глобального  
оптимума



хранение исходных  
данных и результатов  
расчетов

# / 01 СОСТАВЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ЛЕТНОГО РАСПИСАНИЯ РАБОТ БОРТПРОВОДНИКОВ НА АВИАРЕЙСАХ

ЧИСЛОВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ: 3964 РЕЙСА, 914 БОРТПРОВОДНИКОВ, 30 ДНЕЙ

Правило	Оптимизационный алгоритм	Экспертное решение
Превышение рабочего времени (на всех БП)	151 ч	1634 ч
Несоответствие количества БП (доля рейсов)	0%	18%
Доля рейсов без старшего бортпроводника	0%	24%
Недостаток отдыха (на всех БП)	0 ч	114 ч
Недостаток выходных (на всех БП)	73 ч	841 ч
Неназначение 60 ч полёта (на всех БП)	4101 ч	4926 ч
Недостаток разнообразия городов (МАРЕ от идеала)	87	270
Затраченные ресурсы	4 часа	6 планировщиков

# / 02 ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОЙ РАССТАНОВКИ ТИПОВ ВОЗДУШНЫХ СУДОВ ПО РЕЙСАМ ЛЕТНОГО РАСПИСАНИЯ

АВИАКОМПАНИЯ ГТК «РОССИЯ», 2013 – 2014

**Цель работы:** разработка методов решения задачи о поиске оптимального – с точки зрения увеличения прибыли, либо уменьшения затрат – назначения воздушных судов на рейсы лётного расписания (fleet assignment problem, FAM).

# / 02 ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОЙ РАССТАНОВКИ ТИПОВ ВОЗДУШНЫХ СУДОВ ПО РЕЙСАМ ЛЕТНОГО РАСПИСАНИЯ

## ИСХОДНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

### ДААННЫЕ О ПОЛЕТАХ



#### **Лётное расписание**

Временные характеристик полетов  
Аэропорты вылета и прилета  
Технические требования аэропортов  
Оборотное время



#### **Парк воздушных судов**

Количество и вместимости типов ВС  
Нормативы на выполнение работ  
Технические характеристики ВС

### ПРОГНОЗЫ



#### **Спрос на рейсы**

Прогнозы спроса на рейс (либо  
на продукт авиакомпании)  
по цензурированной выборке



#### **Экономические показатели**

Затраты (постоянные и переменные)  
на перелеты между аэропортами  
Потери, связанные с недостаточной  
вместимостью ВС  
Цены на билеты

# / 02 ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОЙ РАССТАНОВКИ ТИПОВ ВОЗДУШНЫХ СУДОВ ПО РЕЙСАМ ЛЕТНОГО РАСПИСАНИЯ

## ОГРАНИЧЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОПТИМИЗАЦИИ (РЕЙСЫ)

- условие покрытия (cover): на каждый рейс должен быть назначен один, и только один, тип ВС;
- условие баланса (balance): в любом аэропорту количество ВС каждого типа не может меняться беспричинно;
- условие мощности парка (plane count): при назначении типов ВС на рейсы нельзя использовать больше ВС, чем имеется;
- дополнительные условия по дальности полета типов ВС, по возможности приема типа ВС в данном аэропорту, по утилизации типов ВС, и т.д.

*/ F1*

**Минимизация общих затрат**  
на реализацию лётного расписания

*/ F2*

**Максимизация равномерности**  
выполнения работ парком ВС

# / 02 ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОЙ РАССТАНОВКИ ТИПОВ ВОЗДУШНЫХ СУДОВ ПО РЕЙСАМ ЛЕТНОГО РАСПИСАНИЯ

## ОГРАНИЧЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОПТИМИЗАЦИИ (ЦЕПОЧКИ РЕЙСОВ)

Цепочка рейсов – последовательность стыкующихся рейсов лётного расписания.

- условие покрытия (cover): на каждую цепочку рейсов должно быть назначено не более одного типа ВС;
- условие разбиения (partitioning): каждый рейс лётного расписания должен присутствовать в одной и только в одной цепочке;
- условие мощности парка (plane count): при назначении типов ВС на цепочки нельзя использовать больше ВС каждого типа, чем имеется;
- условие баланса (balance): в каждом аэропорту число начинающихся в нем цепочек с назначенным типом ВС должно быть равно числу цепочек с тем же типом ВС, в нем заканчивающихся;
- дополнительные условия по дальности полета типов ВС, по возможности приема типа ВС в данном аэропорту, по утилизации типов ВС, оборотному времени и т.д.

*/ F1*

**Максимизация общей прибыли**  
при реализации лётного расписания

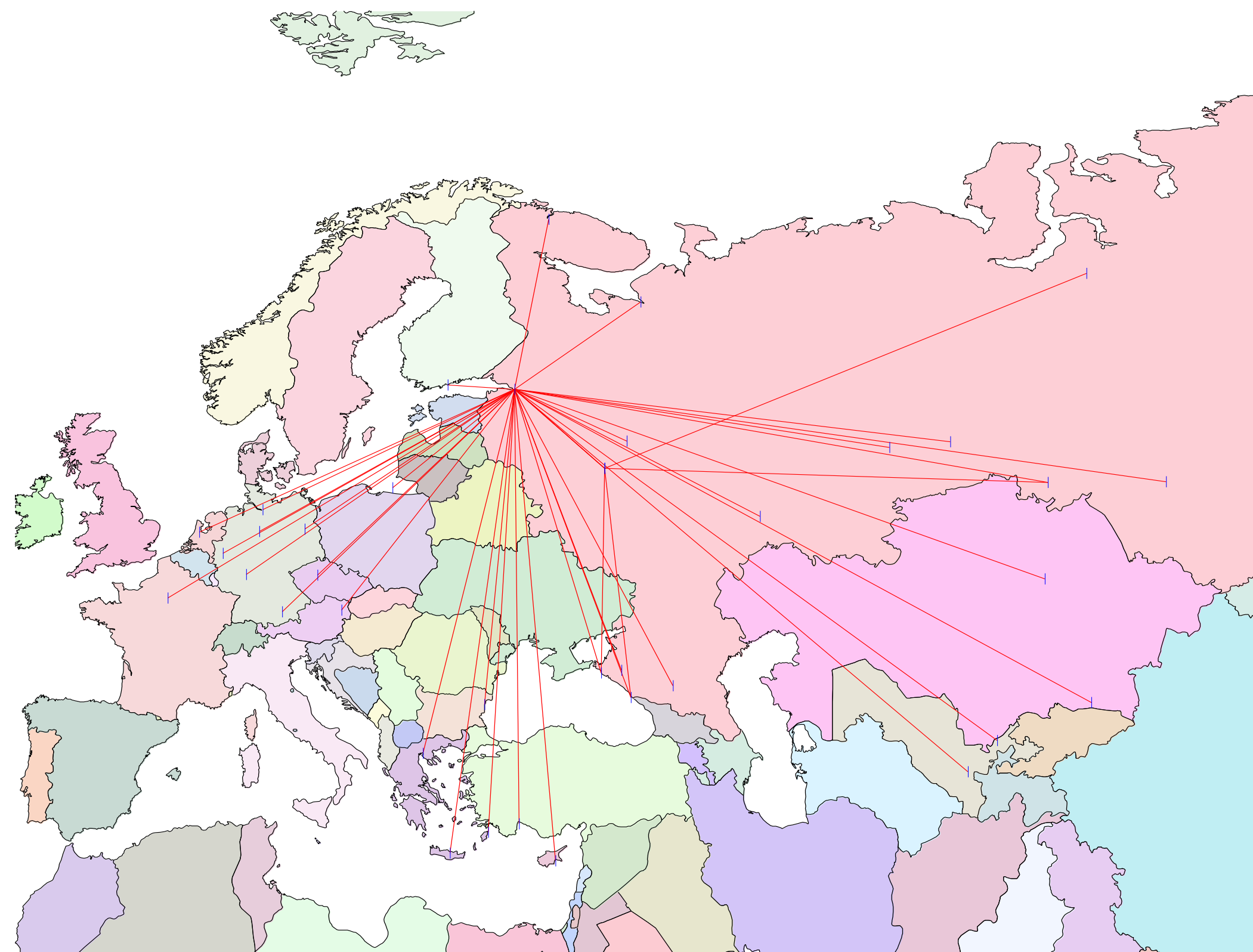
*/ F2*

**Максимизация равномерности**  
выполнения работ парком ВС



# / 02 ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОЙ РАССТАНОВКИ ТИПОВ ВОЗДУШНЫХ СУДОВ ПО РЕЙСАМ ЛЕТНОГО РАСПИСАНИЯ

## МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ЗАДАЧА О НАЗНАЧЕНИЯХ



Задача формирования цепочек рейсов сформулирована как задача set partition problem.

Задача расстановки типов ВС сформулирована как многокритериальная задача смешанного программирования, и для ее решения применены точные методы целочисленной оптимизации в сочетании с соответствующим программным обеспечением.

# / 02 ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОЙ РАССТАНОВКИ ТИПОВ ВОЗДУШНЫХ СУДОВ ПО РЕЙСАМ ЛЕТНОГО РАСПИСАНИЯ

## МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЙ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ СТЕК

- разработаны и реализованы модели математического программирования для получения точного решения задачи расстановки типов ВС по рейсам полномасштабного лётного расписания авиакомпании;
- решена задача типа ODFAM, в рамках которой эффекты от управления доходами инкорпорируются в базовую задачу FAM за счет введения ценовых классов.



реализация моделей,  
анализ результатов



хранение исходных  
данных и результатов  
расчетов

# / 02 ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОЙ РАССТАНОВКИ ТИПОВ ВОЗДУШНЫХ СУДОВ ПО РЕЙСАМ ЛЕТНОГО РАСПИСАНИЯ

ЧИСЛОВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ: ДЛЯ УСРЕДНЕННОГО ОДНОДНЕВНОГО ЛЁТНОГО РАСПИСАНИЯ

Рейс	спрос	тип ВС		прибыль (руб.)		
		ГТК «Россия»	расчет	ГТК Россия»	расчет	увеличение
SKD – LED	102	T5M	319	48144	400420	352276
HER – LED	120	T5M	319	295315	564095	268780
LED – KGF	107	T5M	735	289213	460107	170894
LED – SKG	130	T5M	735	174830	329443	154613
LED – ROV	75	T5M	TU3	139475	271458	131983

**88 замен ВС**

в сравнении с реальным  
назначением

**1.85 млн.  
рублей/день**  
увеличение прибыли

# / 03 ОПЕРАТИВНАЯ РАССТАНОВКА ПАРКА ВОЗДУШНЫХ СУДОВ, СВЯЗАННАЯ С ИЗМЕНЕНИЕМ ДАННЫХ ПО СПРОСУ

АВИАКОМПАНИЯ ГТК «РОССИЯ», 2014

**Цель работы:** разработка методов решения задачи о поиске оптимальной – с точки зрения увеличения прибыли, либо уменьшения затрат – оперативной перестановки типов воздушных судов на рейсы лётного расписания, связанной с неточностью или значительными изменениями в прогнозах пассажирского спроса (refleeting / demand driven dispatch, DDD).

# / 03 ОПЕРАТИВНАЯ РАССТАНОВКА ПАРКА ВОЗДУШНЫХ СУДОВ, СВЯЗАННАЯ С ИЗМЕНЕНИЕМ ДАННЫХ ПО СПРОСУ

## ИСХОДНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

### ДАННЫЕ О ПОЛЕТАХ



#### **Лётное расписание**

Временные характеристик полетов

Аэропорты вылета и прилета

Технические требования аэропортов

Оборотное время

*Текущая расстановка типов ВС по рейсам*



#### **Парк воздушных судов**

Количество и вместимости типов ВС

Нормативы на выполнение работ

Технические характеристики ВС

### ПРОГНОЗЫ



#### **Спрос на рейсы**

*Текущие прогнозы спроса на рейс*

*(либо на продукт авиакомпании)*

*Текущий уровень загрузки ВС*



#### **Экономические показатели**

Затраты (постоянные и переменные)

на перелеты между аэропортами

Цены на билеты

# / 03 ОПЕРАТИВНАЯ РАССТАНОВКА ПАРКА ВОЗДУШНЫХ СУДОВ, СВЯЗАННАЯ С ИЗМЕНЕНИЕМ ДАННЫХ ПО СПРОСУ

## ЗАДАЧА РАЗБИЕНИЯ МНОЖЕСТВА РЕЙСОВ С НАЗНАЧЕННЫМИ ТИПАМИ ВС НА ЦЕПОЧКИ

{ FV136, LED, ARH, 9:00, 10:00 }

{ FV141, ARH, LED, 12:00, 13:00 }

{ FV137, LED, SVO, 16:00, 17:00 }

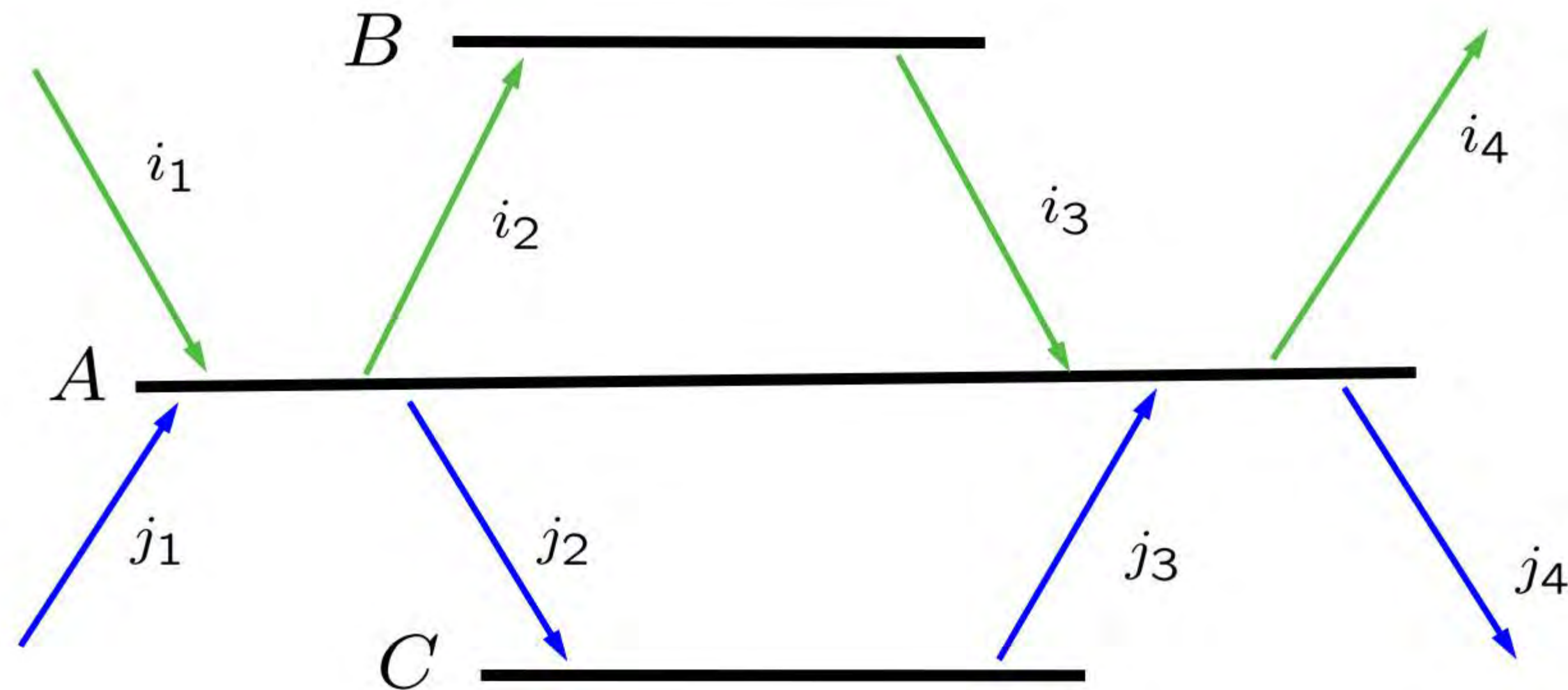
{ FV142, SVO, LED, 19:00, 20:00 }

Цепочка рейсов – это последовательность стыкующихся между собой рейсов. Критерий стыковки – совпадение назначенного типа ВС, аэропорта прилета предыдущего с аэропортом вылета следующего рейса.

Задача сформулирована как задача set partition problem.

# / 03 ОПЕРАТИВНАЯ РАССТАНОВКА ПАРКА ВОЗДУШНЫХ СУДОВ, СВЯЗАННАЯ С ИЗМЕНЕНИЕМ ДАННЫХ ПО СПРОСУ

ЗАДАЧА ПОИСКА ВОЗМОЖНЫХ ЗАМЕН МЕЖДУ ЦЕПОЧКАМИ И ОЦЕНКА ИХ ЭФФЕКТИВНОСТИ

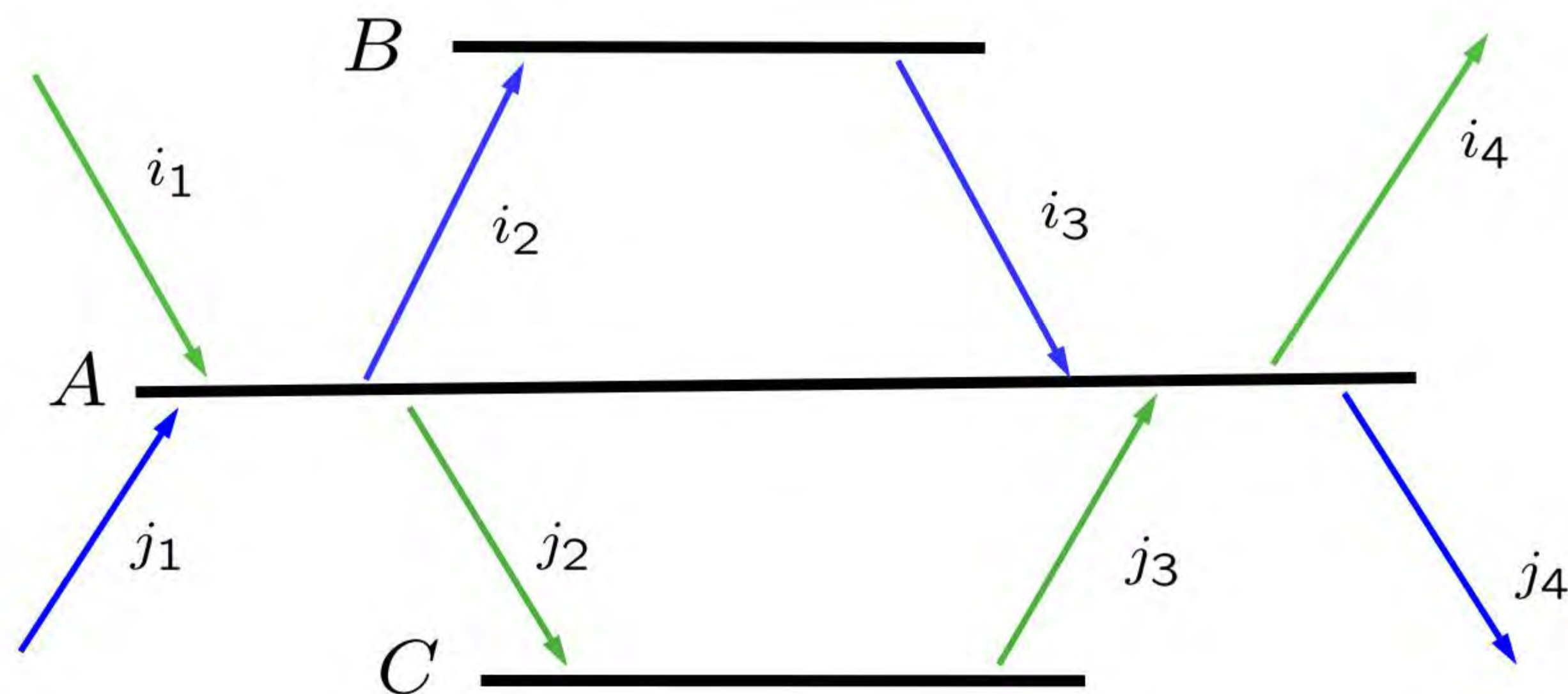


Условия замены:

$$\begin{aligned} t_{j_2}^d &\geq t_{i_1}^a + \Delta t_i^A, & t_{i_2}^d &\geq t_{j_1}^a + \Delta t_j^A \\ t_{i_3}^d &\geq t_{i_2}^a + \Delta t_j^B, & t_{j_3}^d &\geq t_{j_2}^a + \Delta t_i^C \\ t_{j_4}^d &\geq t_{i_3}^a + \Delta t_j^A, & t_{i_4}^d &\geq t_{j_3}^a + \Delta t_i^A \end{aligned}$$

# / 03 ОПЕРАТИВНАЯ РАССТАНОВКА ПАРКА ВОЗДУШНЫХ СУДОВ, СВЯЗАННАЯ С ИЗМЕНЕНИЕМ ДАННЫХ ПО СПРОСУ

ЗАДАЧА ПОИСКА ВОЗМОЖНЫХ ЗАМЕН МЕЖДУ ЦЕПОЧКАМИ И ОЦЕНКА ИХ ЭФФЕКТИВНОСТИ



Условия замены:

$$\begin{aligned}
 t_{j_2}^d &\geq t_{i_1}^a + \Delta t_i^A, & t_{i_2}^d &\geq t_{j_1}^a + \Delta t_j^A \\
 t_{i_3}^d &\geq t_{i_2}^a + \Delta t_j^B, & t_{j_3}^d &\geq t_{j_2}^a + \Delta t_i^C \\
 t_{j_4}^d &\geq t_{i_3}^a + \Delta t_j^A, & t_{i_4}^d &\geq t_{j_3}^a + \Delta t_i^A
 \end{aligned}$$

$i_1, i_2, i_3, i_4$   
 $j_1, j_2, j_3, j_4$ 
→
 $i_1, j_2, j_3, i_4$   
 $j_1, i_2, i_3, j_4$



# / 03 ОПЕРАТИВНАЯ РАССТАНОВКА ПАРКА ВОЗДУШНЫХ СУДОВ, СВЯЗАННАЯ С ИЗМЕНЕНИЕМ ДАННЫХ ПО СПРОСУ

## МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЙ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ СТЕК

- разработаны и реализованы модели поиска всевозможных замен типов ВС в полномасштабном лётном расписании авиакомпании;
- решена целочисленная оптимизационная задача выбора подмножества замен типов ВС, которые максимизируют прибыль от продажи авиабилетов на остаточный горизонт планирования (оптимальный контролем продаж).



реализация моделей,  
анализ результатов



хранение исходных  
данных и результатов  
расчетов

# / 13 ОПЕРАТИВНАЯ РАССТАНОВКА ПАРКА ВОЗДУШНЫХ СУДОВ, СВЯЗАННАЯ С ИЗМЕНЕНИЕМ ДАННЫХ ПО СПРОСУ

ЧИСЛОВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ: ДЛЯ ОДНОДНЕВНОГО ЛЁТНОГО РАСПИСАНИЯ

GMT	02:00	04:00	06:00	08:00	10:00	12:00	14:00	16:00	18:00	20:00	22:00
A3201	802		253		254				801		802
A3201	574		192	661		662			573		574
A3202	880		117	118		189	190		879		880
A3203			257		258						
A3191	816		122	621		622			815		816
A3192	5422				721		722		541		5422
A3192			221		222						
A3192			241		242						
A3192			235		236		229	230			
A3192	4622		321	322			157	158	4612		4622
B735	452	185	186			181	182		451		452
B735						323		324			
B735	245		246		751		752				
B735			243		244			301	302		
B763			267			268					
AN81				179	180	153	154				

**30 замен ВС**  
в лётном расписании

**4 замены ВС**  
признаны выгодными

**135000**  
**рублей/день**  
увеличение прибыли



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ЭКОНОМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ



Лаборатория  
методов оптимизации  
и искусственного интеллекта

Г.М. Фридман  
[grifri@finес.ru](mailto:grifri@finес.ru)

